

Ad-Soyad :

Numara :

KODLAMA TEORİSİ II BÜTÜNLEME  
SORULARI

- 1)  $C = \langle 1+x^3+x^6 \rangle$  olmak üzere 9 uzunluğundaki  $C$  kodunun kontrol matrisini bulunuz.
- 2)  $\mathbb{F}_2$  cisminin elemanlarını  $x^4+x+1 \in \mathbb{F}_2[x]$  polinomunu kullanarak bulunuz.
- 3)  $\mathbb{F}_2$  cismi üzerinde tanımlı  $n=7, d=3$  olan BCH kodunu oluşturunuz.
- 4)  $p=7$  olmak üzere  $\beta, 1+x+x^3 \in \mathbb{F}_2[x]$  polinomunun bir kökü olsun.  $x^7-1$  polinomunu çarpanlara ayırarak kuadratik rezidü kodların üreticilerini bulunuz.
- 5)  $C = \{ (0,0,0), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0) \}$  olmak üzere
  - a)  $w_C(z) = ?$       $w_{C^\perp}(z) = ?$
  - b)  $C$  bir MDS kod mudur? Gösteriniz.

CEVAPLAR

BAŞARILAR

$$1) \quad x^9-1 = (x-1)(x^2+x+1)(x^6+x^3+1) \in \mathbb{F}_2[x]$$

$$h(x) = (x-1)(x^2+x+1) \quad h^\perp(x) = x^3 \left( \frac{1}{x^3}-1 \right) = x^3+1$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2) \quad p(x) = x^4 + x + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$$

$\beta$ ,  $p(x)$  polinomunun bir kökü olsun.  $|\mathbb{F}_{16}^*| = 15$  olup  $\beta$  primitif elementtir.

$$\mathbb{F}_{16}^* = \langle \beta \rangle = \{ 1, \beta, \beta^2, \dots, \beta^{14} \}$$

$$\beta^4 = \beta + 1$$

$$\beta^{10} = \beta^2 + \beta + 1$$

$$\beta^5 = \beta + \beta^2$$

$$\beta^{11} = \beta^3 + \beta^2 + \beta$$

$$\beta^6 = \beta^3 + \beta^2$$

$$\beta^{12} = \beta^3 + \beta^2 + \beta + 1$$

$$\beta^7 = \beta^3 + \beta + 1$$

$$\beta^{13} = \beta^3 + \beta^2 + 1$$

$$\beta^8 = \beta^2 + 1$$

$$\beta^{14} = \beta^3 + 1$$

$$\beta^9 = \beta^3 + \beta$$

$$3) \quad 2^s > 8 \Rightarrow s = 3, \quad p(x) = x^3 + x + 1 \quad \beta^3 = \beta + 1$$

$$C_1 = C_2 = \{ 1, 2, 4 \}$$

$$M_1(x) = (x - \beta)(x - \beta^2)(x - \beta^4) = M_2(x) = 1 + x + x^3$$

$$g(x) = [M_1(x), M_2(x)] = 1 + x + x^3$$

$$\therefore C = \langle 1 + x + x^3 \rangle$$

$$4) \quad x^7 - 1 = (x - 1) g_{\Theta_7}(x) g_{N_7}(x) \quad \omega = \beta$$

$$\Theta_7 = \{ 1, 2, 4 \} \quad N_7 = \{ 3, 6, 5 \}$$

$$g_{\Theta_7}(x) = (x - \beta)(x - \beta^2)(x - \beta^4) = 1 + x + x^3$$

$$g_{N_7}(x) = (x - \beta^3)(x - \beta^6)(x - \beta^5) = 1 + x^2 + x^3$$

$$C_G = \langle 1+x+x^3 \rangle$$

$$\bar{C}_G = \langle (x-1)(x^3+x+1) \rangle$$

$$C_N = \langle 1+x^2+x^3 \rangle$$

$$\bar{C}_N = \langle (x-1)(1+x^2+x^3) \rangle$$

$$5) \quad w_C(z) = 1 + 3z^2$$

$$w_{C^\perp}(z) = \frac{1}{4} (1+z)^3 w_C\left(\frac{1-z}{1+z}\right)$$

$$= 1 + z^3$$

C kodu  $[3, 2, 2]$ -koddur. C kodu  $d = n - k + 1$  esitligini sagladigini için bir MDS koddur.